



یکشنبه

۱۴۰۲/۱۲/۲۷



دوره جمع بندی دوپینگ ماز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی
دفترچه پاسخ فیزیک
(فصل ۱ دوازدهم)

دروس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
فیزیک	سجاد صادقی زاده سعید احمدی	کامران ابراهیمی سجاد صادقی زاده علی محمودی	محمد جواد سورچی پویا هدایتی

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

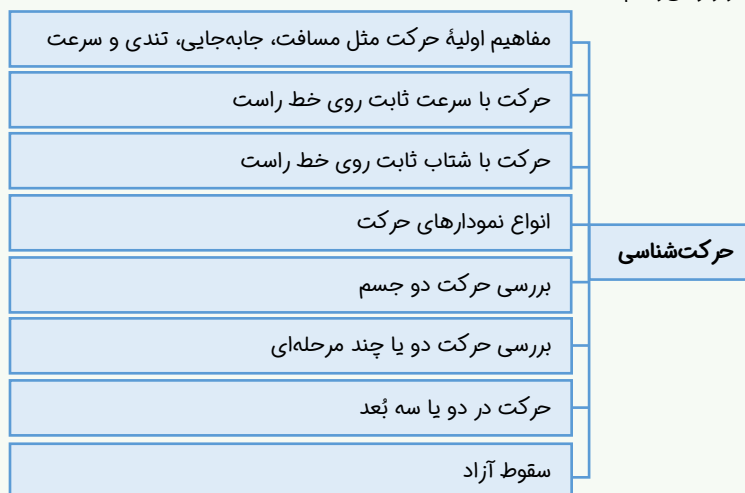
اهمیت مباحث این آزمون در کنکور...

فیزیک دوازدهم خودش به تنهایی نصف سؤالات فیزیک کنکورتون رو شامل می‌شه، پس حتماً فیزیک دوازدهم رو جدی بگیرید! توی این آزمون تست‌های خوبی از فصل «حرکت‌شناسی» براتون آماده کردیم که بدون اغراق می‌شه گفت همهٔ مباحث مهم این فصل رو پوشش داده و کلی می‌تونه برای یادگیری و مرور کمکتون کنه. قبل از بررسی سؤالات آزمون، بهتره که یکم با فصل «حرکت‌شناسی» که اولین فصل فیزیک دوازدهمه آشنا بشیم.

فصل فیزیک دوازدهم

۱- مباحث اصلی این فصل چیا هستن؟

این فصل هم طولانیه و مباحث زیادی داره و هم این‌که مباحثش به راحتی با همدیگه و با فصلای دیگه (مثل کار و انرژی یا دینامیک) ترکیب می‌شن و اگه بخوایم مباحث رو تیتروار بهتون بگیم، به نمودار زیر می‌رسیم.



بچه‌ها حواستون باشه که همیشه امکان طرح تست‌های جدید و نوآورانه توی این فصل وجود داره و ممکنه شما سر جلسهٔ کنکور با تست‌های چالش‌برانگیزی از فصل «حرکت‌شناسی» روبه‌رو بشین، پس نیاز به خیلی خوب مسلط بشین روی این فصل و تعداد تست‌های زیادی از اون حل کنین!

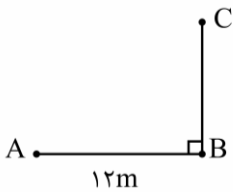
۲- توی کنکورهای اخیر چند سؤال از این فصل اومده؟

توی جدول زیر، تعداد سؤالاتی که از این فصل توی کنکور اومده رو براتون آوردیم. همون‌طور که می‌بینید، معمولاً انتظار اومدن ۴ تست رو از این فصل داریم.

سال	۱۳۹۹	۱۴۰۰	۱۴۰۱	۱۴۰۲ (نوبت اول)	۱۴۰۲ (نوبت دوم)
رشته					
تجربی	۳	۴	۴	۴	۴
ریاضی	۵	۴	۵	۴	۴

۱- متحرکی مطابق شکل زیر در مدت ۲ ثانیه از نقطه A به نقطه B رفته و سپس در مدت ۳ ثانیه از B به C می‌رود. اگر اندازه سرعت متوسط در کل حرکت

$\frac{m}{s}$ باشد، به ترتیب از راست به چپ، طول BC چند متر بوده و تندی متوسط متحرک در کل حرکت چند متر بر ثانیه است؟



(۱) ۵ و ۳

(۲) ۱ و ۳

(۳) ۱ و ۳/۴

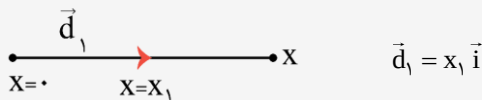
(۴) ۵ و ۳/۴

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

بردار مکان

برداری که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند، بردار مکان، در آن لحظه نامیده می‌شود.



نکته:

اگر $x_1 > 0$ باشد نشان می‌دهد مکان جسم در سمت راست مبدأ محور است و اگر $x_1 < 0$ باشد نشان می‌دهد مکان جسم در سمت چپ مبدأ محور است.

جابجایی

هرگاه بردار مکان جسم تغییر کند می‌گویند جسم جابه‌جا شده است؛ در این صورت پاره‌خط جهت‌داری که مکان آغازین حرکت را به مکان پایانی وصل می‌کند بردار جابه‌جایی نامیده می‌شود.

$$\vec{d} = (\Delta x) \vec{i} = (x_2 - x_1) \vec{i}$$

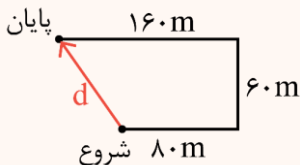
مسافت طی‌شده

طول مسیر پیموده‌شده توسط جسم را مسافت می‌نامند و با L نشان می‌دهند. مسافت، کمیت نرده‌ای و همواره مثبت است.

مثال:

پرنده‌ای از لانه‌اش به پرواز درآمده. ابتدا ۸۰ متر به سمت شرق و سپس ۶۰ متر به سمت بالا پرواز کرده و در ادامه ۱۶۰ متر به سمت غرب می‌رود. اندازه جابه‌جایی و مسافت پیموده‌شده توسط پرنده چند متر است؟

پاسخ:



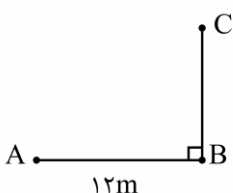
$$L = 80 + 60 + 160 = 300 \text{ (m)} \quad \text{(مسافت طی‌شده)}$$

$$d = \sqrt{(160 - 80)^2 + (60)^2} = \sqrt{10000} \Rightarrow d = 100 \text{ (m)}$$

پاسخ شریعی:

گام اول:

با استفاده از سرعت متوسط، طول مسیر AC را به دست می‌آوریم:



$$|\vec{v}_{av}| = \frac{|\vec{d}_{کل}|}{\Delta t_{کل}} = \frac{AC}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow 2/6 \left(\frac{m}{s} \right) = \frac{AC}{2+3} = \frac{AC}{5} \Rightarrow AC = 13 \text{ (m)}$$

گام آخر:

طول مسیر BC و تندی متوسط برابر است با:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow 13^2 = 12^2 + BC^2 \Rightarrow BC = 5 \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{L_{کل}}{\Delta t_{کل}} = \frac{AB + BC}{\Delta t_{کل}} = \frac{12 + 5}{5} \Rightarrow s_{av} = 3/4 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

- ۲- متحرکی روی خط راست بدون تغییر جهت، مسافت L را طی می‌کند. اگر α درصد مسیر را با تندی متوسط $۷۲ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و بقیه مسیر را با تندی متوسط $۳۶ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ طی کند، تندی متوسط آن در کل مسیر $۱۲/۵ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ خواهد شد. α کدام است؟
- (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۴۰ (۴) ۶۰

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

تندی متوسط و سرعت متوسط

اگر متحرکی در مدت زمان Δt از مکان ۱ به مکان ۲ برود و مسافت طی شده و بردار جابه‌جایی بین این دو مکان را به ترتیب با L و $\vec{d}$ نشان دهیم داریم:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} \quad \text{سرعت متوسط} \quad s_{av} = \frac{L}{\Delta t} \quad \text{تندی متوسط}$$

یکای SI آن‌ها متر بر ثانیه است ($\frac{\text{m}}{\text{s}}$) که می‌توان برحسب یکاهای دلخواه دیگری مانند کیلومتر بر ساعت نیز بیان کرد.

نکته:

تبدیل کیلومتر بر ساعت به متر بر ثانیه:

$$\frac{\text{km}}{\text{h}} \div ۳/۶ = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

نکته:

تندی متوسط، کمیتی نرده‌ای و سرعت متوسط کمیتی برداری و هم‌جهت با بردار جابه‌جایی است.

مثال:

متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و در مبدأ زمان از مکان $x_1 = -۴۰ \text{m}$ می‌گذرد و در لحظه $t_1 = ۶ \text{s}$ به مکان $x_2 = ۱۰۰ \text{m}$ می‌رسد و در نهایت در لحظه $t_2 = ۱۰ \text{s}$ از مکان $x_3 = ۲۰ \text{m}$ می‌گذرد. سرعت متوسط این متحرک در SI در این ۱۰ ثانیه کدام است؟

(۱) ۲۲ (۲) ۱۴ (۳) ۶ (۴) ۲

پاسخ: گزینه ۳

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{۲۰ - (-۴۰)}{۱۰} = \frac{۶۰}{۱۰} = ۶ \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

پاسخ تشریحی:

طبق رابطه تندی متوسط می‌توانیم بنویسیم:

$$s_{av_{\text{کل}}} = \frac{L}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{L}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$$

که Δt_1 مدت زمان طی کردن α درصد مسیر با تندی متوسط $۷۲ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ یا $۲۰ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و Δt_2 مدت زمان طی کردن $(100 - \alpha)$ درصد بقیه مسیر با تندی متوسط $۳۶ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ یا $۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases} ۲۰ = \frac{\alpha L}{\Delta t_1} \\ ۱۰ = \frac{(100 - \alpha)L}{\Delta t_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta t_1 = \frac{\alpha L}{۲۰} \\ \Delta t_2 = \frac{(100 - \alpha)L}{۱۰} \end{cases}$$

پس خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} ۱۲/۵ &= \frac{L}{\frac{\alpha L}{۲۰} + \frac{(100 - \alpha)L}{۱۰}} = \frac{۲۰۰}{\alpha + ۲(100 - \alpha)} \\ \Rightarrow ۱۲/۵(۲۰۰ - \alpha) &= ۲۰۰ \Rightarrow ۲۰۰ - \alpha = ۱۶۰ \\ \Rightarrow \alpha &= ۴۰ \end{aligned}$$

۳- معادله مکان-زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می کند در SI به صورت $x = t^2 - 5$ است. اندازه سرعت متوسط متحرک در سه ثانیه دوم حرکت چند متر بر ثانیه با تندی متوسط آن در ۲ ثانیه سوم حرکت اختلاف دارد؟

۲ (۴)

۹ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

معادله مکان-زمان

رابطه ای که مکان متحرک را روی محور X در هر لحظه (t) نشان می دهد معادله مکان-زمان نامیده می شود:

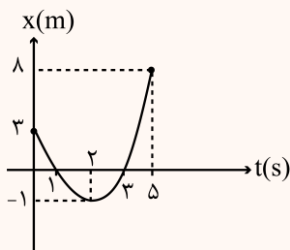
$$\begin{array}{c} \uparrow \text{زمان} \\ x = f(t) \leftarrow \text{مکان} \end{array}$$

مثال: ❓

معادله مکان-زمان متحرکی که بر محور X حرکت می کند به صورت $x = t^2 - 4t + 3$ است. اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط آن در ۵ ثانیه نخست حرکت چند

$\frac{m}{s}$ است؟

پاسخ:



$$\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 3 \\ t_2 = 5 \Rightarrow x_2 = 8 \end{cases} \quad |v_{av}| = \left| \frac{\Delta x}{\Delta t} \right| = \left| \frac{8 - 3}{5} \right| = 1 \frac{m}{s}$$

$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{4 + 9}{5} = \frac{13}{5} = 2 \frac{m}{s}$$

پاسخ تشریحی:

گام اول:

سه ثانیه دوم حرکت یعنی از $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 6s$ ؛ بنابراین داریم:

$$\begin{cases} t_1 = 3s \\ t_2 = 6s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 9 - 5 = 4m \\ x_2 = 36 - 5 = 31m \end{cases}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{31 - 4}{6 - 3} = \frac{27}{3} \Rightarrow v_{av} = 9 \frac{m}{s}$$

گام آخر:

متحرک بدون تغییر جهت روی خط راست حرکت می کند؛ بنابراین در ۲ ثانیه سوم ($4s < t < 6s$)، تندی متوسط هم اندازه سرعت متوسط است و داریم:

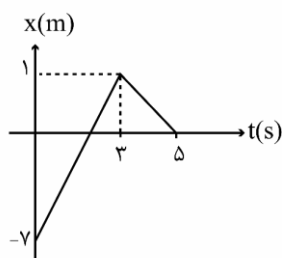
$$\begin{cases} t_1 = 4s \\ t_2 = 6s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 16 - 5 = 11m \\ x_2 = 36 - 5 = 31m \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{31 - 11}{6 - 4} = \frac{20}{2} \Rightarrow v_{av} = 10 \frac{m}{s}$$

بنابراین اندازه سرعت متوسط در ۳ ثانیه دوم، $10 \frac{m}{s}$ کم تر از تندی متوسط در ۲ ثانیه سوم است.

گروه آموزشی ماز

۴- با توجه به نمودار مکان-زمان رسم شده، اندازه بیش ترین فاصله متحرک از مبدأ حرکت در ۵ ثانیه اول حرکت چند متر می باشد؟



۶ (۱)

۸ (۲)

۱ (۳)

۷ (۴)

نمودار مکان-زمان

برای توصیف حرکت یک جسم می‌توان از نمودار مکان-زمان استفاده کرد. این نمودار از وصل کردن نقاطی که مربوط به زمان‌ها و مکان‌های متحرک است تشکیل می‌شود. نمودار مکان-زمان، نمودار یک تابع است.

نکات مربوط به نمودار مکان-زمان:

- ۱- لحظه برخورد نمودار با محور t ، لحظه‌ای است که متحرک در مبدأ مکان قرار دارد.
- ۲- نقطه شروع نمودار، x_0 یا مکان آغازین حرکت متحرک است.
- ۳- در بازه زمانی که نمودار صعودی است متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند.
- ۴- در بازه زمانی که نمودار نزولی است متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.
- ۵- در لحظه‌ای که نمودار بیشینه یا کمینه است جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند.
- ۶- در بازه زمانی که نمودار، خط صاف افقی است متحرک ایستاده است.

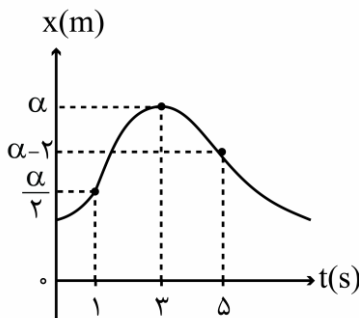
پاسخ تشریحی:

مبدأ حرکت جسم $x_0 = -7 \text{ m}$ است که متحرک در لحظه $t = 3 \text{ s}$ بیش‌ترین فاصله را از مبدأ حرکت دارد که مقدار آن برابر است با:

$$1 - (-7) = 8 \text{ m}$$

گروه آموزشی ماز

- ۵- نمودار مکان-زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است و سرعت متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = 1 \text{ s}$ تا $t_2 = 3 \text{ s}$ ، $t_2 = 3$ -۲ برابر سرعت متوسط در بازه زمانی $t_2 = 3 \text{ s}$ تا $t_3 = 5 \text{ s}$ است. α چند متر است؟



۱۲ (۱)

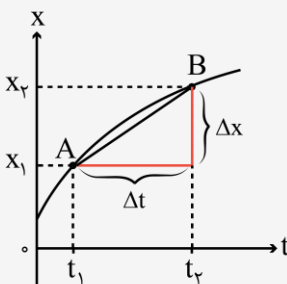
۶ (۲)

۱۶ (۳)

۸ (۴)

تعیین سرعت متوسط به کمک نمودار مکان-زمان

در نمودار شکل زیر نسبت $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ برابر شیب پاره‌خطی است که دو نقطه A و B را به هم وصل می‌کند. این نسبت برابر سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 است؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که:



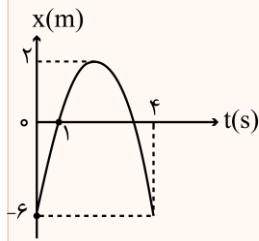
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{شیب خط } AB$$

نکته:

با تعیین شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار $x - t$ می‌توان بدون محاسبه v_{av} ، علامت مثبت یا منفی بودن سرعت متوسط را تشخیص داد.

مثال:

نمودار مکان-زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 4s$ چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۲
(۲) -۲
(۳) ۶
(۴) -۶

پاسخ: گزینه ۲

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-6 - (-6)}{4 - 1} = \frac{-6 - (-6)}{3} = -\frac{6}{3} = -2 \frac{m}{s}$$

پایخ تسریع:

با توجه به این که سرعت متوسط در بازه $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 3s$ ، $t_2 = 3$ ، برابر سرعت متوسط در بازه زمانی $t_2 = 3s$ تا $t_3 = 5s$ است، می‌توان نوشت:

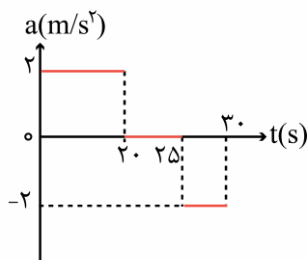
$$v_{av[1,3]} = -2v_{av[3,5]}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha - \frac{\alpha}{2}}{3 - 1} = -2 \frac{(\alpha - 2) - \alpha}{5 - 3}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{2} = -2(-2) = 4 \Rightarrow \alpha = 8m$$

گروه آموزشی ماز

۶- نمودار شتاب-زمان متحرکی که از حال سکون بر روی محور x ها شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در ۳۰ ثانیه نخست حرکت چند متر بر ثانیه است؟



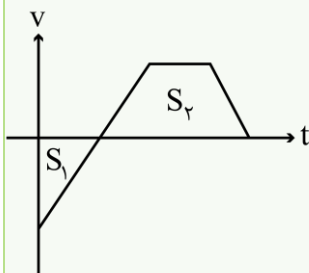
- (۱) $\frac{155}{6}$
(۲) $\frac{145}{6}$
(۳) ۲۵
(۴) ۳۰

(متوسط - نموداری - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

نکات مربوط به نمودار سرعت-زمان:

- ۱- لحظه برخورد نمودار با محور t لحظه توقف متحرک است.
- ۲- نقطه شروع نمودار، v یا سرعت اولیه متحرک است.
- ۳- در بازه زمانی که نمودار بالای محور t است ($v > 0$)، حرکت در جهت مثبت محور x است.
- ۴- در بازه زمانی که نمودار پایین محور t است ($v < 0$)، حرکت در خلاف جهت مثبت محور x است.
- ۵- در بازه زمانی که نمودار صعودی است، شتاب مثبت ($a > 0$) و اگر نمودار نزولی باشد، شتاب منفی ($a < 0$) است.
- ۶- در لحظه‌ای که نمودار بیشینه یا کمینه است، شتاب حرکت صفر ($a = 0$) است.
- ۷- مساحت سطح زیر نمودار برابر جابه‌جایی متحرک در هر بازه زمانی است.
- ۸- قدر مطلق مساحت زیر نمودار برابر مسافت طی‌شده در هر بازه زمانی است.



$$\Delta x = S_2 - S_1$$

$$L = S_2 + S_1$$

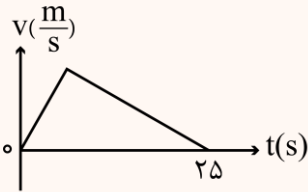
نکته:

در بسیاری از سؤالات که نمودار شتاب-زمان به ما داده می‌شود، می‌توانیم نمودار سرعت-زمان را رسم کنیم و با کمک نکات مربوط به آن به سؤال پاسخ دهیم.

مثال:

نمودار سرعت-زمان متحرکی که در مسیری مستقیم در حرکت است به صورت شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک در این $(s) ۲۵$ برابر $\frac{m}{s} ۱۰$ باشد، بیشینه

سرعت متحرک در ضمن حرکت چند متر بر ثانیه است؟ (تجربی ۹۸)



(۱) ۲۰

(۲) ۲۵

(۳) ۴۱

(۴) ۵۰

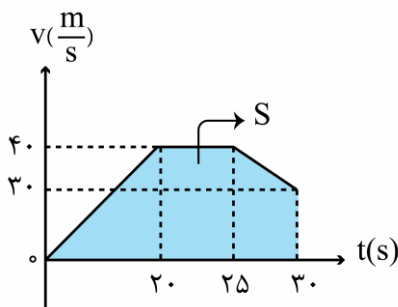
پاسخ: گزینه ۱

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S}{\Delta t} \Rightarrow ۱۰ = \frac{v_{max} \times ۲۵}{۲}$$

$$\Rightarrow v_{max} = ۲۰ \frac{m}{s}$$

پایخ شریعی:

با توجه به نمودار شتاب-زمان داده شده و $v_0 = ۰$ ، اشاره شده در سؤال، نمودار سرعت-زمان متحرک را رسم می‌کنیم:



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S}{۳۰} \quad (۱)$$

$$\Delta x = S = \left(\frac{۲۰ \times ۴۰}{۲} \right) + (۵ \times ۴۰) + \left(\frac{۴۰ + ۳۰}{۲} \right) \times ۵$$

$$\Rightarrow \Delta x = ۴۰۰ + ۲۰۰ + ۱۷۵ = ۷۷۵ \text{ m} \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱), (۲)} v_{av} = \frac{۷۷۵}{۳۰} = \frac{۱۵۵}{۶} \frac{m}{s}$$

اگر...

اگر تندی متوسط را در ۳۰ ثانیه اول می‌خواستیم، پاسخ چه بود؟

پاسخ:

با توجه به نمودار سرعت-زمان رسم شده، سرعت متحرک همواره مثبت است و بدون تغییر جهت، در جهت محور x حرکت می‌کند؛ بنابراین تندی متوسط آن هم اندازه

سرعت متوسط آن است و در نتیجه تندی متوسط نیز برابر $\frac{۱۵۵}{۶} \frac{m}{s}$ است.

گروه آموزشی ماز

۷- متحرکی با سرعت ثابت روی محور x در حال حرکت بوده و در لحظات $t_1 = ۲s$ و $t_2 = ۵s$ به ترتیب از نقاط $x_1 = ۱۴m$ و $x_2 = ۸m$ عبور می‌کند. متحرک

در چه لحظه‌ای از مبدأ مکان می‌گذرد و مسافت طی شده توسط آن در مدت ۲۰ دقیقه چند کیلومتر است؟

(۴) $۷s$ و ۳ km

(۳) $۷s$ و $۲/۴ \text{ km}$

(۲) $۹s$ و $۲/۴ \text{ km}$

(۱) $۹s$ و ۳ km

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

حرکت با سرعت ثابت

ساده‌ترین نوع حرکت بر خط راست، حرکت با سرعت ثابت است. در این نوع حرکت، اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است.

در معادله مکان-زمان حرکت با سرعت ثابت داریم:

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v \Delta t \Rightarrow x - x_0 = v(t - t_0)$$

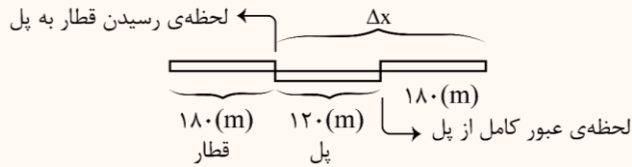
سرعت متحرک

مکان اولیه متحرک $\rightarrow x = v(t - t_0) + x_0$ ← مکان متحرک در لحظه t

مثال:

قطاری به طول ۱۸۰ متر روی یک پل که طول آن ۱۲۰ متر است با سرعت ثابت $۱۰ \frac{m}{s}$ در حال حرکت است. از لحظه رسیدن به پل چه مدت طول می‌کشد تا قطار به طور کامل از پل عبور کند؟

پاسخ:



$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۱۰ \frac{m}{s} = \frac{۱۸۰ + ۱۲۰}{\Delta t} = \frac{۳۰۰}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = ۳۰ s$$

$$\Delta x = ۱۲۰ + ۱۸۰ = ۳۰۰ m$$

پایخ شیری:

گام اول:

سرعت و مکان اولیه را محاسبه می‌کنیم و معادله مکان-زمان متحرک را می‌نویسیم:

$$v = v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{۸ - ۱۴}{۵ - ۲} \Rightarrow v = -۲ \frac{m}{s}$$

$$x = vt + x_1 \Rightarrow x = -۲t + x_1$$

$$\xrightarrow[t=۱۴]{t=۲} ۱۴ = -۴ + x_1 \Rightarrow x_1 = ۱۸ m$$

$$x = -۲t + ۱۸ \text{ مکان-زمان}$$

گام دوم:

در لحظه عبور متحرک از مبدأ مکان $x = ۰$ می‌شود پس:

$$۰ = -۲t + ۱۸ \Rightarrow t = ۹ s$$

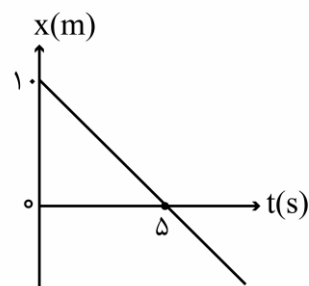
گام آخر:

برای محاسبه مسافت طی شده در مدت ۲۰ دقیقه داریم:

$$s = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow ۲ = \frac{L}{۱۲۰۰} \Rightarrow L = ۲۴۰۰ m = ۲ / ۴ km$$

گروه آموزشی ماز

۸- نمودار مکان-زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. مسافتی که متحرک در مدت ۱۰ دقیقه طی می‌کند چند کیلومتر است؟



۱/۲ (۱)

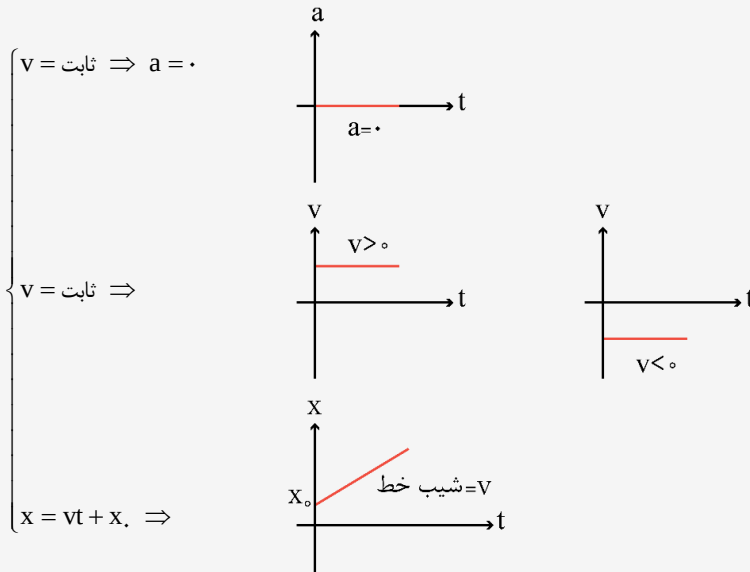
۳ (۲)

۶ (۳)

۱۲ (۴)

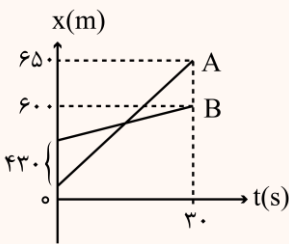
نمودارهای حرکت با سرعت ثابت

نمودارهای $x-t$ ، $v-t$ و $a-t$ در حرکت با سرعت ثابت:



مثال: ؟؟

نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B به صورت شکل روبه رو است. سرعت متحرک A چند متر بر ثانیه بیش تر از سرعت متحرک B است؟ (تجربی خارج ۹۴)



۱۲ (۱)

۱۲/۶ (۲)

۱۶ (۳)

۱۶/۳ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به نمودار، برای محاسبه اختلاف سرعت دو متحرک می توان نوشت:

$$\begin{aligned}
 v_A - v_B &= \frac{\Delta x_A}{\Delta t} - \frac{\Delta x_B}{\Delta t} = \frac{x_{2A} - x_{1A}}{\Delta t} - \frac{x_{2B} - x_{1B}}{\Delta t} \\
 &= \frac{(x_{2A} - x_{2B}) + (x_{1B} - x_{1A})}{\Delta t} = \frac{(65 - 60) + 43}{30} \\
 &= \frac{48}{30} = 1.6 \frac{\text{m}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

پاسخ تشریحی:

اگر نمودار مکان-زمان متحرکی خط راست باشد حرکت با سرعت ثابت بوده و شیب خط برابر سرعت متحرک است:

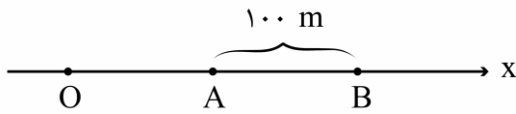
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-10}{5} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$L = |v| \times \Delta t \Rightarrow L = 2 \times 600 \text{ s} = 1200 \text{ m}$$

$$\Rightarrow L = 1.2 \text{ km}$$

گروه آموزشی ماز

- ۹- مطابق شکل زیر، متحرکی از نقطه O با سرعت اولیه $\frac{m}{s}$ و شتاب a در جهت محور x شروع به حرکت کرده و فاصله ۱۰۰ متری بین دو نقطه A و B را در مدت ۵ ثانیه طی می کند. اگر سرعت متحرک در نقطه B برابر $30 \frac{m}{s}$ باشد، مدت زمان حرکت متحرک از O تا A چند ثانیه است؟



- (۱)
(۲)
(۳)
(۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

نکته:

در حرکت با شتاب ثابت اگر شتاب متحرک معلوم نباشد، داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v + v_0}{2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = \left(\frac{v + v_0}{2} \right) \Delta t$$

نکته:

در حرکت با شتاب ثابت اگر سرعت اولیه متحرک معلوم نباشد، داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} at^2 + (v - at)t$$

$$\Delta x = -\frac{1}{2} at^2 + vt \quad \text{معادله مستقل از سرعت اولیه}$$

مثال:

متحرکی در مسیر مستقیم و با شتاب ثابت، فاصله ۸۰ متری از A تا B را در مدت ۸s طی می کند و در لحظه رسیدن به نقطه B سرعتش به $15 \frac{m}{s}$ می رسد. شتاب متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟

$$\frac{5}{4}$$

$$\frac{5}{2}$$

$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{2}$$

پاسخ: گزینه ۴

$$\Delta x = \frac{-1}{2} at^2 + vt \Rightarrow 80 = \left(\frac{-1}{2} a \times 64 \right) + \left(\frac{15 \times 8}{120} \right)$$

$$32a = 40 \Rightarrow a = \frac{5}{4} \frac{m}{s^2}$$

پایخ سیری:

گام اول:

در فاصله زمانی حرکت از A تا B از فرمول مستقل از شتاب به صورت زیر استفاده می کنیم:

$$d_{AB} = \frac{v_A + v_B}{2} \times t_{AB} \Rightarrow 100 = \frac{v_A + 30}{2} \times 5 \Rightarrow v_A = 10 \frac{m}{s}$$

گام دوم:

حال شتاب حرکت را به دست می آوریم:

$$a = \frac{v_B - v_A}{t_{AB}} = \frac{30 - 10}{5} \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

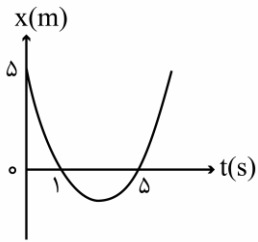
گام آخر:

در نهایت t_{OA} از معادله سرعت-زمان به صورت زیر به دست می آید:

$$v_A = v_0 + at_{OA} \Rightarrow 10 = 2 + 4t_{OA} \Rightarrow t_{OA} = 2s$$

گروه آموزشی ماز

۱۰- نمودار مکان-زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می کند، به صورت سهمی شکل زیر است. شتاب حرکت متحرک چند واحد SI است؟



۱ (۱)

-۱ (۲)

-۲ (۳)

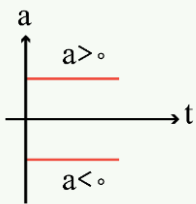
۲ (۴)

(متوسط - نموداری - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

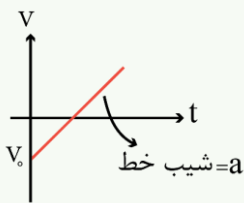
نکته:

در حرکت با شتاب ثابت، نمودار $a-t$ خط راست افقی است.



نکته:

در حرکت با شتاب ثابت، طبق رابطه $v = at + v_0$ نمودار سرعت-زمان خط راستی با عرض از مبدأ v_0 و شیب a است.

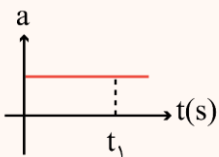


نکته:

طبق رابطه $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ نمودار مکان-زمان در حرکت با شتاب ثابت سهمی می باشد که اگر $a > 0$ سهمی مینیمم دار و اگر $a < 0$ باشد سهمی ماکزیمم دار است.

مثال:

نمودار شتاب-زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می کند به صورت شکل زیر است. حرکت متحرک در بازه زمانی صفر تا t_1 چگونه است؟



۱) تندشونده

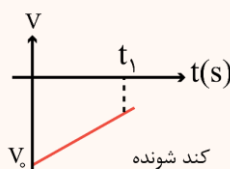
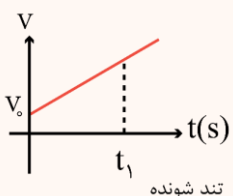
۲) کندشونده

۳) ابتدا کندشونده سپس تندشونده

۴) بستگی به سرعت اولیه دارد.

پاسخ: گزینه ۴

شتاب مثبت است، حالت های زیر را خواهیم داشت:



با توجه به این که در لحظات $t_1 = 1s$ و $t_2 = 5s$ مقدار x برابر صفر می باشد، می توان معادله مکان-زمان متحرک را به صورت زیر نوشت:

$$x = \alpha(t-1)(t-5) \xrightarrow[t=5]{x=0} 0 = \alpha(0-1)(0-5)$$

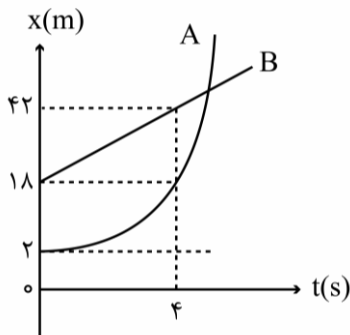
$$\alpha = 1$$

$$\Rightarrow x = (t-1)(t-5) \Rightarrow x = t^2 - 6t + 5 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

گروه آموزشی ماز

۱۱- نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. این دو متحرک در فاصله چندمتری مبدأ مکان به یکدیگر می رسند؟ (متحرک A با شتاب ثابت در حال حرکت است.)



۵۲ (۱)

۶۲ (۲)

۶۶ (۳)

۱۰۲ (۴)

(سخت - نموداری - ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

بررسی حرکت دو متحرک

برای تعیین زمان و مکان برخورد یا سبقت دو متحرک باید معادله های مکان-زمان دو متحرک را نوشته و آن ها را مساوی هم قرار دهیم:

$$x_A = x_B$$

از حل معادله فوق لحظه رسیدن دو متحرک به هم تعیین می شود.

مثال: ؟؟

خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبز شدن چراغ قرمز با شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می کند. در همین لحظه کامیونی با سرعت $36 \frac{km}{h}$ از کنار آن می گذرد.

در چه لحظه و در چه مکانی خودرو به کامیون می رسد؟

پاسخ:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{خودرو } x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow x = t^2 \\ \text{کامیون } x = vt \end{array} \right. \xrightarrow{\text{در لحظه به هم رسیدن}} \begin{array}{l} t^2 = 10t \Rightarrow t = 10s \\ x = (10)^2 = 100m \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v = 36 \frac{km}{h} = 10 \frac{m}{s} \end{array} \right. \Rightarrow x = 10t$$

گام اول:

چون نمودار مکان-زمان متحرک B خط راست می باشد حرکت آن یکنواخت است و داریم:

$$x_B = vt + x_0 \xrightarrow[t=4]{x_B=42} 42 = 4v + 18 \Rightarrow v = 6 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow x_B = 6t + 18$$

گام دوم:

حرکت متحرک A شتاب ثابت است و می توان نوشت:

$$x_A = \frac{1}{2}at^2 + v_A t + x_{A,0}$$

چون شیب خط مماس بر نمودار A در لحظه $t=0$ برابر صفر می باشد پس $v_{A,0} = 0$ می باشد و داریم:

$$x_A = \frac{1}{2}at^2 + 2 \xrightarrow{x_A=18} 18 = \frac{1}{2}at^2 + 2 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2} \Rightarrow x_A = t^2 + 2$$

گام آخر:

در لحظه رسیدن دو متحرک به هم داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow t^2 + 2 = 6t + 18 \Rightarrow t^2 - 6t - 16 = 0 \Rightarrow t = 8s$$

$$x_A = x_B = (6 \times 8) + 18 = 66m$$

گروه آموزشی ماز

۱۲- متحرکی t ثانیه با سرعت متوسط $2 \frac{m}{s}$ و در ادامه t' ثانیه با سرعت متوسط $4 \frac{m}{s}$ روی محور X حرکت می کند. اگر جابه جایی متحرک در کل زمان حرکت صفر باشد، تندی متوسط متحرک در این مدت چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{8}{3}$ (۴) ۶

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

نکته:

اگر $\Delta x > 0$ باشد یعنی جسم در جهت مثبت محور X جابه جا شده است و اگر $\Delta x < 0$ باشد یعنی جهت جابه جایی جسم در خلاف جهت مثبت محور X بوده است و اگر $\Delta x = 0$ باشد یعنی جسم جابه جا نشده است.

نکته:

جابه جایی به مسیر حرکت جسم بستگی ندارد بلکه فقط به مکان آغازین و پایانی جسم وابسته است.

نکته:

مسافت طی شده همیشه بزرگ تر یا مساوی اندازه جابه جایی است.

$$L \geq |d|$$

پایخ سیری:

گام اول:

جابه جایی کل صفر است؛ بنابراین داریم:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = (v_{av_1} \cdot t) + (v_{av_2} \cdot t')$$

$$\Rightarrow 2t - 4t' = 0 \Rightarrow t = 2t'$$

گام آخر:

تندی متوسط در کل حرکت برابر است با:

$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{(s_{av_1} \times t) + (s_{av_2} \times t')}{t + t'} = \frac{2t + 4t'}{t + t'}$$

$$\Rightarrow s_{av} = \frac{(2 \times 2t') + 4t'}{2t' + t'} = \frac{8t'}{3t'} = \frac{8}{3} \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- متحرکی روی محور X حرکت می کند و در بازه زمانی ۰ تا ۶ ثانیه فقط یک بار تغییر جهت می دهد. اگر اندازه سرعت متوسط آن در این بازه زمانی $8 \frac{m}{s}$ و تندی متوسط آن $10 \frac{m}{s}$ باشد، متحرک چند متر از مسیر حرکت خود را می تواند خلاف جهت محور X ها رفته باشد؟

- (۱) ۵۴ (۲) ۶ (۳) ۶۰ (۴) گزینه های (۱) و (۲) می تواند صحیح باشند.

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

نکته:

در حرکت بر خط راست در صورتی که متحرک تغییر جهت حرکت ندهد اندازه سرعت متوسط متحرک با تندی متوسط آن برابر است:

$$s_{av} = |\vec{v}_{av}|$$

نکته:

رابطه سرعت متوسط متحرک برای حرکت در راستای محور X به صورت زیر نوشته می شود:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

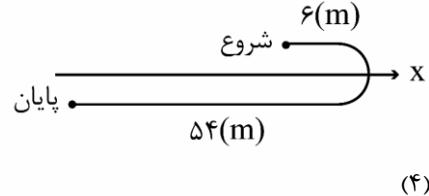
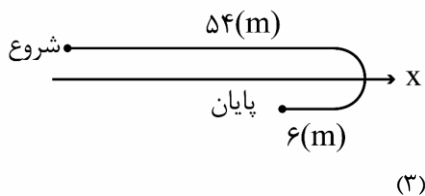
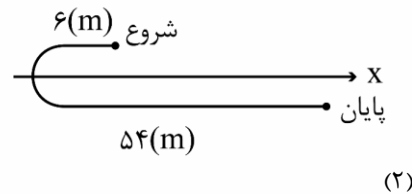
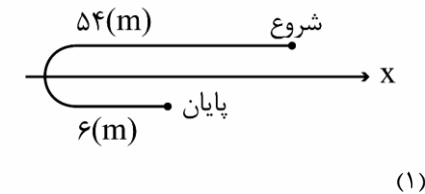
پاسخ تشریحی:

جابه جایی و مسافت طی شده برابر است با:

$$|v_{av}| = \left| \frac{\Delta x}{\Delta t} \right| \Rightarrow 1 = \left| \frac{\Delta x}{6} \right| \Rightarrow |\Delta x| = 6 \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow 10 = \frac{L}{6} \Rightarrow L = 60 \text{ m}$$

با توجه به مقادیر به دست آمده برای اندازه جابه جایی و مسافت طی شده مسیر حرکت یکی از چهار حالت زیر است:



گروه آموزشی ماز

۱۴- متحرکی با شتاب ثابت از حال سکون حرکت خود را بر خط راست آغاز می کند. اگر جابه جایی متحرک در بازه زمانی $t_1 = 2 \text{ s}$ تا $t_2 = 5 \text{ s}$ ، 96 m متر کم تر از جابه جایی متحرک در 3 ثانیه سوم حرکت باشد، اندازه شتاب متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟

۶ (۴)

۳ (۳)

۸ (۲)

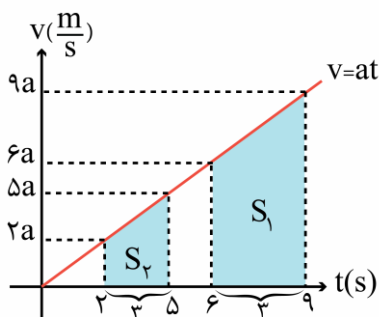
۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

چون $v_0 = 0$ و شتاب حرکت ثابت a می باشد $v = at$ معادله سرعت-زمان بوده و داریم:



$$S_1 - S_2 = 96 \text{ m} \Rightarrow \frac{(15a \times 3)}{2} - \frac{7a \times 3}{2} = 96$$

$$\times 2 \rightarrow 45a - 21a = 2 \times 96$$

$$\Rightarrow a = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گروه آموزشی ماز

۱۵- معادله سرعت-زمان متحرکی که بر روی محور X حرکت می کند، به صورت $v = 2t - 6$ در SI داده شده است. در بازه زمانی که متحرک در خلاف جهت محور X حرکت می کند، مسافت چند متر را طی می کند؟

۲۱ (۴)

۱۵ (۳)

۷ (۲)

۹ (۱)

تندی لحظه‌ای و سرعت لحظه‌ای

تندی متحرک در هر لحظه از زمان را تندی لحظه‌ای می‌نامند. تندی لحظه‌ای جهت حرکت متحرک را نشان نمی‌دهد مانند عقربه تندی سنج خودرو. اگر در گزارش تندی لحظه‌ای به جهت حرکت نیز اشاره شود درواقع سرعت لحظه‌ای $\vec{v}$ بیان شده است که کمیت برداری می‌باشد.

نکته:

علامت سرعت لحظه‌ای جهت حرکت متحرک را نشان می‌دهد. اگر $v > 0$ متحرک در جهت محور X حرکت می‌کند و اگر $v < 0$ متحرک در جهت منفی محور X حرکت می‌کند.

مثال:

معادله سرعت-زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند در SI به صورت $v = t^2 - 3t + 2$ است. در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 8$ s جهت حرکت متحرک چند مرتبه تغییر می‌کند؟

پاسخ:

همان‌طور که می‌دانیم علامت v جهت حرکت را تعیین می‌کند پس باید v را تعیین علامت کنیم.

t	0	1	2
$v = t^2 - 3t + 2$	+	-	+

مشاهده می‌شود که علامت v دو بار عوض شده است پس جهت حرکت متحرک هم دو بار تغییر می‌کند.

پاسخ تشریحی:

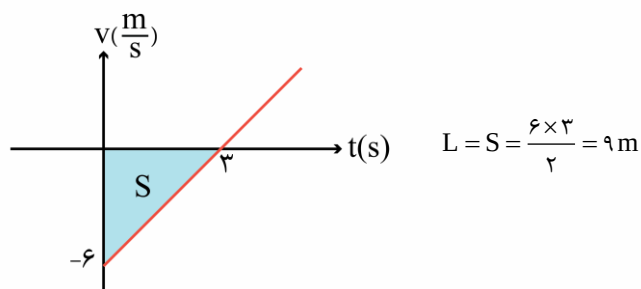
معادله سرعت-زمان را تعیین علامت می‌کنیم:

t	0	3	$+\infty$
$v = 2t - 6$	-	0	+

$v < 0$

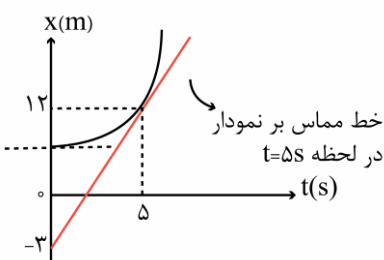
حرکت در خلاف جهت محور

چون در بازه زمانی $0 < t < 3$ s سرعت منفی است، جهت حرکت در خلاف جهت محور X ها است. مسافت طی شده در این بازه برابر است با:



گروه آموزشی ماز

۱۶- نمودار مکان-زمان متحرکی که بر خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل است. شتاب متوسط متحرک در ۵ ثانیه اول حرکت چند متر بر مربع ثانیه است؟



است؟

۳ (۱)

۰/۶ (۲)

۲/۴ (۳)

۰/۴۸ (۴)

شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای

وقتی اندازه یا جهت بردار سرعت متحرک تغییر کند آن حرکت شتابدار است.

نکته:

با توجه به این که بردار سرعت در هر نقطه از مسیر، بر مسیر حرکت مماس است با تغییر مسیر حرکت قطعاً بردار سرعت نیز تغییر جهت دارد.

شتاب متوسط متحرک در هر بازه زمانی دلخواه t_1 تا t_2 به صورت رابطه زیر تعریف می شود که در آن $\vec{v}_1$ سرعت متحرک در لحظه t_1 و $\vec{v}_2$ سرعت متحرک در لحظه t_2 است:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

یکای شتاب متوسط $\frac{m}{s^2}$ است. شتاب متوسط کمیتی برداری و هم جهت با بردار تغییر سرعت $\Delta \vec{v}$ است. اگر $\Delta t \rightarrow 0$ میل کند $t_1 \rightarrow t_2$ میل کرده و شتاب متوسط برابر شتاب در لحظه t_1 خواهد شد.

مثال:

متحرکی بر روی یک دایره با تندی ثابت $10 \frac{m}{s}$ در حال حرکت است. اگر این متحرک ربع دایره را در مدت Δt سپیماید، اندازه شتاب متوسط آن در این مدت چند $\frac{m}{s^2}$ است؟

پاسخ:

$$\Delta v = \sqrt{(10)^2 + (10)^2} = 10\sqrt{2} \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$|\vec{a}_{av}| = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10\sqrt{2}}{\Delta t} = 2\sqrt{2} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

پاسخ تشریحی:

سرعت در لحظه $\Delta t = t$ برابر است با:

$$t = \Delta t \text{ سرعت متحرک در لحظه } \Delta t = 12 - (-3) = \frac{15}{\Delta t} = 3 \frac{m}{s}$$

شتاب متوسط در ۵ ثانیه اول برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{\Delta} - v_1}{t_{\Delta} - t_1} = \frac{v_{\Delta}}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} v_{\Delta}$$

$$\Rightarrow a_{av} = \frac{1}{\Delta t} \times 3 = 0.6 \frac{m}{s^2}$$

گروه آموزشی ماز

۱۷- متحرکی از حال سکون و با شتاب ثابت روی خط راست شروع به حرکت می کند. جابه جایی متحرک در ۳ ثانیه دوم حرکت چند برابر جابه جایی آن در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 3s$ است؟

۱۴ (۴)

۲۷ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

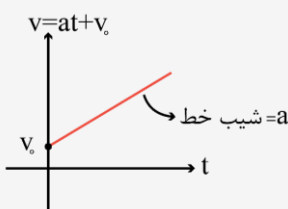
معادله سرعت-زمان در حرکت با شتاب ثابت

در این حرکت، شتاب متوسط در هر بازه زمانی برابر شتاب لحظه ای متحرک است:

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta v = a \Delta t \Rightarrow v - v_0 = a(t - 0)$$

$$\Rightarrow v = at + v_0$$

v سرعت متحرک در لحظه $t = 0$ است و سرعت اولیه متحرک نامیده می شود. همچنین v سرعت متحرک در لحظه t است.



نمودار سرعت-زمان نیز خط راستی با شیب a و عرض از مبدأ v_0 است.

مثال:

دو متحرک روی خط راست با شتاب‌های ثابت a و $\frac{a}{5}(a + 1/5)$ از یک نقطه و هم‌زمان شروع به حرکت می‌کنند و بعد از مدت t سرعت آن‌ها به ترتیب $\frac{m}{s}$ و $\frac{m}{s}$ می‌شود. t چند ثانیه است؟

۴ (۴)

۶ (۳)

۸ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} 10 = at \\ 22 = (a + 1/5)t \end{cases} \xrightarrow{\div} \frac{10}{22} = \frac{a}{a + 1/5} \Rightarrow 10a + 15 = 22a \Rightarrow 12a = 15 \Rightarrow a = \frac{5}{4} \frac{m}{s^2}$$

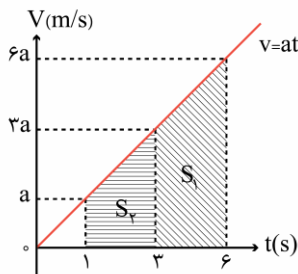
$$10 = \frac{5}{4} \times t \Rightarrow t = 8s$$

پاسخ سریعی:

چون متحرک از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، $v_0 = 0$ است. حال داریم:

جابه‌جایی متحرک در ۳ ثانیه دوم: S_1

جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی ۱ تا ۳ ثانیه: S_2



$$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{(3a + 6a) \times \frac{3}{2}}{(a + 3a) \times \frac{2}{2}} = \frac{9a \times \frac{3}{2}}{4a \times \frac{2}{2}} = \frac{27}{8}$$

گروه آموزشی ماز

۱۸- معادله سرعت-زمان متحرکی در SI به صورت $v = 2(t-1)(t-5)$ می‌باشد. چند ثانیه حرکت متحرک کندشونده و در خلاف جهت محور x است؟

۳ (۴)

۱ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:

حرکت با شتاب ثابت می‌تواند تندشونده یا کندشونده باشد:

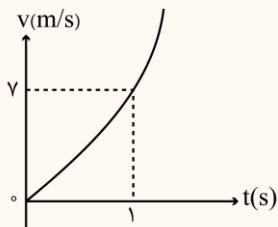
$\left. \begin{array}{l} ۱- \text{اگر } v, a > 0 \text{ باشد حرکت تندشونده} \\ ۲- \text{اگر } v, a < 0 \text{ باشد حرکت کندشونده خواهد بود} \end{array} \right\}$

مثال:

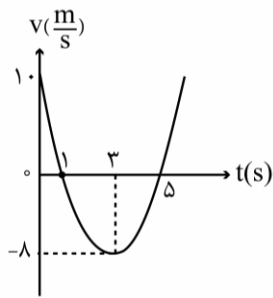
معادله سرعت-زمان متحرکی به صورت $v = t^2 + 6t$ است. چند ثانیه حرکت متحرک کندشونده خواهد بود؟

پاسخ:

با رسم نمودار $v - t$ خواهیم داشت:



مشاهده می‌شود که تندی دائماً در حال افزایش است پس حرکت همواره تندشونده است.



اگر نمودار سرعت-زمان متحرک را رسم کنیم شکل زیر را خواهیم داشت:

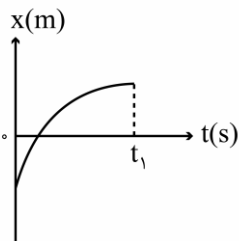
مشاهده می‌شود که در بازه‌های زمانی $(0, 1)$ و $(3, 5)$ ثانیه اندازه سرعت $(|v|)$ یا تندى در حال کاهش است، پس کل زمانی که حرکت متحرک کندشونده است برابر است با:

$$1 + 2 = 3 \text{ s}$$

اما سؤال می‌خواهد که حرکت متحرک در خلاف جهت محور x باشد، یعنی $v < 0$ باشد که فقط در بازه $3 \text{ s} < t < 5 \text{ s}$ ، به مدت 2 s رخ می‌دهد.

گروه آموزشی ماز

۱۹- شکل زیر نمودار مکان-زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است. از لحظه صفر تا لحظه t_1 سرعت متحرک چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) همواره کاهش

(۲) همواره افزایش

(۳) ابتدا کاهش، سپس افزایش

(۴) ابتدا افزایش، سپس کاهش

(آسان - نموداری - ۱۲۰۱)

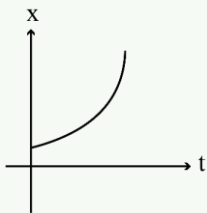
پاسخ: گزینه ۱

نکته:

در نمودار مکان-زمان در لحظه‌ای که شیب خط مماس بر نمودار مثبت باشد $v > 0$ و در لحظه‌ای که شیب خط مماس منفی است $v < 0$ خواهد بود.

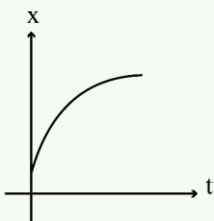
نکته:

اگر مقدار شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ در حال افزایش باشد نشان می‌دهد اندازه سرعت متحرک در حال زیاد شدن است و حرکت، تندشونده خواهد بود.



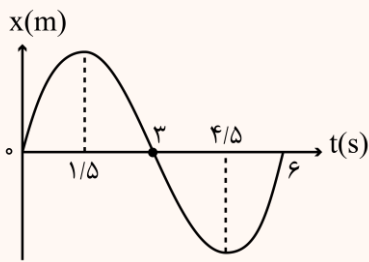
نکته:

اگر مقدار شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ در حال کاهش باشد نشان می‌دهد اندازه سرعت متحرک در حال کم شدن است و حرکت، کندشونده خواهد بود.



مثال: ؟؟

نمودار مکان-زمان متحرکی به شکل زیر است. در بازه زمانی ۰ تا ۶ ثانیه چند ثانیه حرکت متحرک در جهت محور X ها و کندشونده بوده است؟



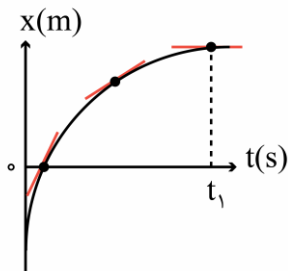
پاسخ:

حرکت متحرک را می‌توان در بازه‌های مختلف به صورت زیر دسته‌بندی کرد:

در جهت محور X ، کندشونده: $(0, 1.5)$	خلاف جهت محور X ، تندشونده: $(1.5, 3)$
خلاف جهت محور X ، کندشونده: $(3, 4.5)$	در جهت محور X ، تندشونده: $(4.5, 6)$

پاسخ سریعی:

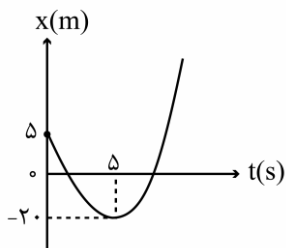
همان‌طور که مشاهده می‌شود شیب خط مماس بر نمودار از لحظه ۰ تا t_1 در حال کاهش است؛ بنابراین سرعت متحرک همواره در حال کاهش است.



گروه آموزشی ماز

۲۰- نمودار مکان-زمان متحرکی که روی محور X حرکت می‌کند، به صورت سهمی زیر است. مسافت طی شده توسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا

$t_2 = 8s$ چند متر است؟



۱۸ (۱)

۹ (۲)

۲۴ (۳)

۱۲ (۴)

(سخت - نموداری - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:

در نمودار $x-t$ حرکت با شتاب ثابت اگر جهت گودی سهمی رو به بالا باشد (V) شتاب مثبت است و اگر جهت گودی سهمی رو به پایین باشد (∧) شتاب منفی است.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

نکته:

در نمودار $v-t$ مربوط به حرکت با شتاب ثابت اگر شیب خط مثبت باشد $a > 0$ و اگر شیب خط منفی باشد $a < 0$ خواهد بود.

$$v = at + v_0 \rightarrow \text{عرض از مبدأ خط}$$

↓

شیب خط

تابع درجه دومی که مختصات رأس آن $\begin{vmatrix} 5 \\ -2 \end{vmatrix}$ می باشد به صورت زیر می باشد:

$$x = m(t - 5)^2 - 20$$

برای محاسبه m از نقطه $\begin{vmatrix} 0 \\ 5 \end{vmatrix}$ کمک می گیریم:

$$5 = 25m - 20 \Rightarrow m = 1$$

بنابراین $x = (t - 5)^2 - 20$ و در نتیجه:

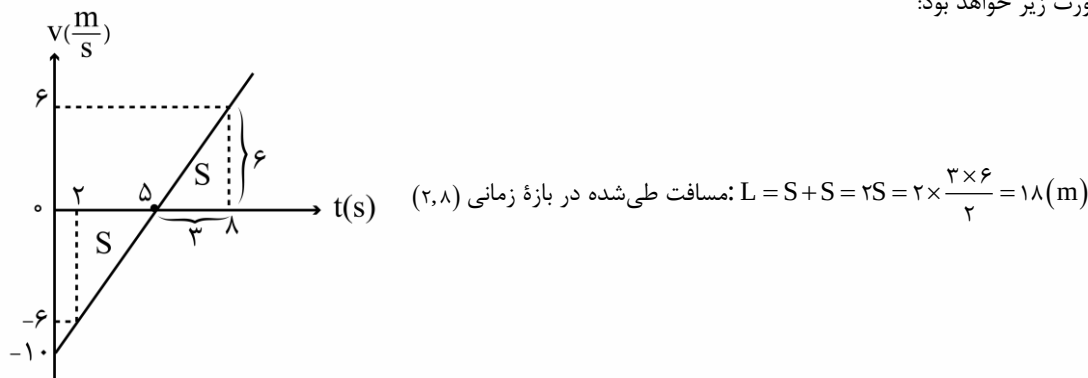
$$x = t^2 - 10t + 5$$

با یک مقایسه ساده با فرمول حرکت شتاب ثابت، داریم:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -10 \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 10$$

گام آخر:

نمودار سرعت-زمان متحرک به صورت زیر خواهد بود:



گروه آموزشی ماز

۲۱- متحرکی با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می کند و در $t_1 = 1s$ با سرعت $10 \frac{m}{s}$ از نقطه $x_1 = 45m$ عبور می کند. اگر در مکان $x_2 = 85m$ سرعت

آن $30 \frac{m}{s}$ باشد، در چه لحظه ای بر حسب ثانیه سرعت متحرک $90 \frac{m}{s}$ می شود؟

۱۱ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

معادله سرعت-جابجایی (مستقل از زمان) در حرکت با شتاب ثابت

$$x = \left(\frac{v + v_0}{2} \right) t + x_0 \Rightarrow x - x_0 = \left(\frac{v + v_0}{2} \right) \left(\frac{v - v_0}{a} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \quad (1)$$

$$\begin{cases} v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \\ v_1^2 - v_0^2 = 2a(x_1 - x_0) \end{cases} \Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \quad (2)$$

مثال: ؟؟

متحرکی در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت است. در مکان $x = 10m$ سرعت متحرک $3 \frac{m}{s}$ و در مکان $x = 18m$ سرعت متحرک $5 \frac{m}{s}$ است. شتاب حرکت

آن چقدر است؟

پاسخ:

طبق فرمول مستقل از زمان داریم:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a(x_f - x_i)$$

$$\Rightarrow 5^2 - 3^2 = 2a(18 - 10) \Rightarrow 16 = 16a \Rightarrow a = 1 \frac{m}{s^2}$$



ابتدا با کمک معادله سرعت-جابه‌جایی (مستقل از زمان) شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a(x_f - x_i)$$

$$\Rightarrow 900 - 100 = 2a(85 - 45) \Rightarrow 800 = 80a$$

$$\Rightarrow a = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 10 = \frac{90 - 10}{t - 1} \Rightarrow t - 1 = 8 \Rightarrow t = 9s$$

گروه آموزشی ماز

۲۲- اتومبیلی با تندی ثابت $126 \frac{km}{h}$ بر مسیر مستقیم در حال حرکت است. راننده با دیدن مانعی در فاصله ۱۲۷ متری با شتاب ثابت $5 \frac{m}{s^2}$ ترمز می‌کند.

زمان واکنش راننده حداکثر چند ثانیه باشد تا اتومبیل با سرعتی کم‌تر یا مساوی $5 \frac{m}{s}$ به مانع برخورد کند؟

۰/۴ (۴)

۰/۳ (۳)

۰/۲ (۲)

۰/۱ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

نکته:

اگر متحرکی که با سرعت ثابت v_0 در حال حرکت است ترمز کرده و حرکت آن با شتاب ثابت a کند شود زمان توقف و مسافت طی‌شده از لحظه ترمز تا توقف (خط ترمز) از روابط زیر به دست می‌آیند:

زمان توقف:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = at_s + v_0 \Rightarrow t_s = \frac{-v_0}{a} = \left| \frac{v_0}{a} \right|$$

خط ترمز:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v_0^2 = 2a\Delta x_s \Rightarrow \Delta x_s = -\frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2|a|}$$

اگر زمان واکنش راننده را نیز در نظر بگیریم، در این مدت اتومبیل با تندی ثابت حرکت می‌کند و نمودار سرعت-زمان حرکت به شکل زیر است:



مثال: ؟؟

یک خودروی گشت محیط‌زیست با تندی $36 \frac{km}{h}$ در جاده‌ای مستقیم در حرکت است. ناگهان گوزن بدون حرکت را در فاصله ۲۰ متری خود می‌بیند و با شتابی

به اندازه $4 \frac{m}{s^2}$ حرکت خودرو را کند می‌کند تا سرانجام می‌ایستد. خودرو در چه فاصله‌ای از گوزن متوقف می‌شود؟

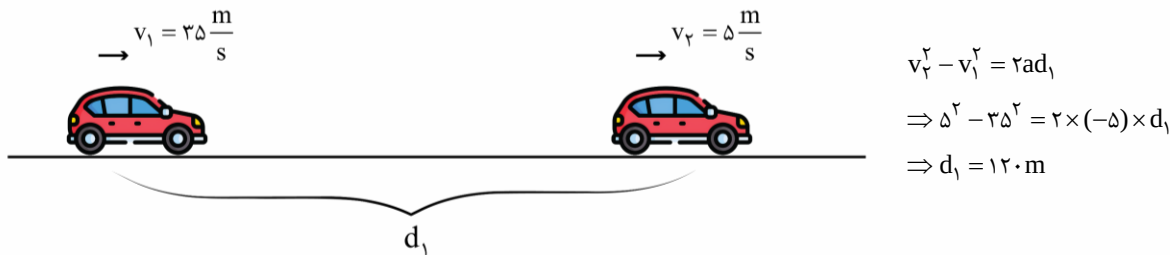
پاسخ:

$$v_0 = 36 \frac{km}{h} = 10 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x_s = \frac{v_0^2}{2|a|} = \frac{10^2}{2 \times 4} = \frac{100}{8} = 12.5 m$$

فاصله نقطه توقف تا گوزن: $20 m - 12.5 m = 7.5 m$

مسافتی که اتومبیل با شتاب ثابت طی می کند تا تندی آن از $35 \frac{m}{s}$ به $126 \frac{km}{h} = 35 \frac{m}{s}$ برسد، برابر است با:



$$\begin{aligned} v_2^2 - v_1^2 &= 2ad_1 \\ \Rightarrow 5^2 - 35^2 &= 2 \times (-5) \times d_1 \\ \Rightarrow d_1 &= 120 \text{ m} \end{aligned}$$

گام آخر:

فاصله اولیه تا مانع 127 m است؛ بنابراین در مدتی که راننده واکنش نشان می دهد، اتومبیل حداکثر باید 7 m حرکت کند.

$$\Delta x = v_1 t \Rightarrow 7 = 35 t \Rightarrow t = 0.2 \text{ s}$$

گروه آموزشی ماز

۲۳- معادله مکان-زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، در SI به صورت $x = t^2 - 10t + 4$ است. در 10 ثانیه اول حرکت، تندی متوسط متحرک چند متر بر ثانیه است؟

(۴) صفر

(۳) ۱۰

(۲) ۸

(۱) ۵

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۱)

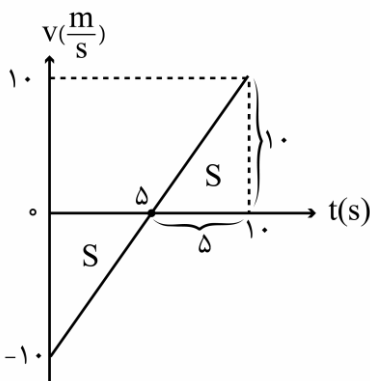
پاسخ: گزینه ۱

با یک مقایسه ساده، شتاب و سرعت اولیه را به دست می آوریم:

$$x = t^2 - 10t + 4 = \frac{1}{2}at^2 + v_1t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \left(\frac{m}{s^2} \right) \\ v_1 = -10 \frac{m}{s} \\ x_0 = 4 (m) \end{cases}$$

گام آخر:

پس معادله سرعت-زمان به صورت $v = at + v_1 = 2t - 10$ و در نتیجه نمودار سرعت-زمان به صورت زیر خواهد بود:



$$\begin{aligned} s_{av(0,10)} &= \frac{L}{\Delta t} = \frac{S+S}{10-0} = \frac{2S}{10} = \frac{S}{5} \\ &= \frac{5 \times 10}{5} = \frac{25}{5} = 5 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

۲۴- متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت a به راه افتاده است. اگر جابه جایی متحرک در 2 ثانیه سوم، 32 متر بیش تر از جابه جایی متحرک در 2 ثانیه اول حرکت باشد، پس از چند ثانیه از شروع حرکت، سرعت آن به $48 \frac{m}{s}$ خواهد رسید؟

(۴) ۲۴

(۳) ۱۲

(۲) ۸

(۱) ۶

ویژگی مهم در حرکت با شتاب ثابت بر خط راست

در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های زمانی متوالی و یکسان Δt یک دنباله حسابی تشکیل می‌دهند که قدر نسبت آن برابر $a(\Delta t)^2$ است.



طبق نکته تشکیل تصاعد حسابی با قدر نسبت $a(\Delta t)^2$ در جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های زمانی متوالی و یکسان Δt می‌توان نوشت:

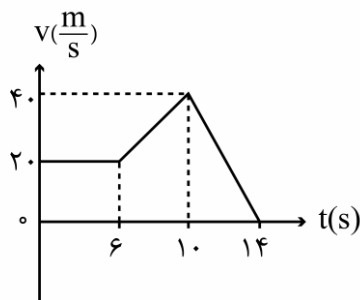
$$\begin{cases} \Delta x_1: \text{جابه‌جایی در } 2 \text{ ثانیه اول} \\ \Delta x_2 = \Delta x_1 + a(2)^2 = \Delta x_1 + 4a \\ \Delta x_3 = \Delta x_1 + 4a + a(2)^2 = \Delta x_1 + 8a \end{cases}$$

$$\Delta x_1 + 8a - \Delta x_1 = 8a = 32 \Rightarrow a = 4 \left(\frac{m}{s^2} \right)$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t \Rightarrow 48 = 4t \Rightarrow t = 12(s)$$

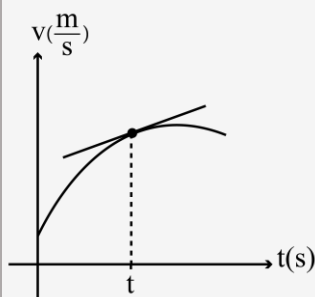
گروه آموزشی ماز

۲۵- نمودار سرعت-زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در بازه زمانی صفر تا ۱۴ ثانیه مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط خودرو در این بازه زمانی و همچنین شتاب خودرو در لحظه $t = 8s$ به ترتیب از راست به چپ چند متر بر مربع ثانیه است؟

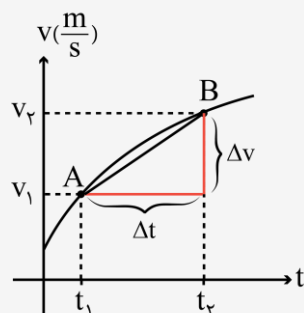


- (۱) $\frac{10}{5}$ و $\frac{10}{5}$
 (۲) $\frac{15}{4}$ و $\frac{10}{7}$
 (۳) $\frac{15}{4}$ و $\frac{10}{7}$
 (۴) $\frac{10}{5}$ و $\frac{10}{7}$

تعیین شتاب متوسط و لحظه‌ای به کمک نمودار سرعت-زمان



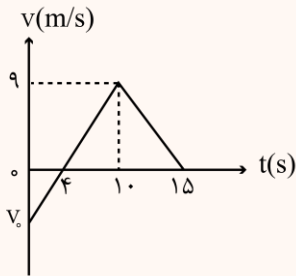
شیب خط مماس بر نمودار سرعت-زمان در هر لحظه a (شتاب لحظه‌ای)



شیب خط $AB = \frac{\Delta v}{\Delta t} = a_{av}$ (شتاب متوسط در بازه زمانی t_1 تا t_2)

مثال:

نمودار سرعت-زمان متحرکی که روی محور X حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 15$ s چند متر بر مربع ثانیه است؟ (تجربی - خارج ۹۳)



- (۱) ۰/۴
(۲) ۰/۶
(۳) ۰/۸
(۴) ۱

پاسخ: گزینه ۱

$$\text{تشابه مثلث‌ها: } \frac{9}{10-4} = \frac{v_0}{4} \Rightarrow |v_0| = 6 \Rightarrow v_0 = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a_{\text{av}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - (-6)}{15 - 0} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0.4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

پاسخ تشریحی:

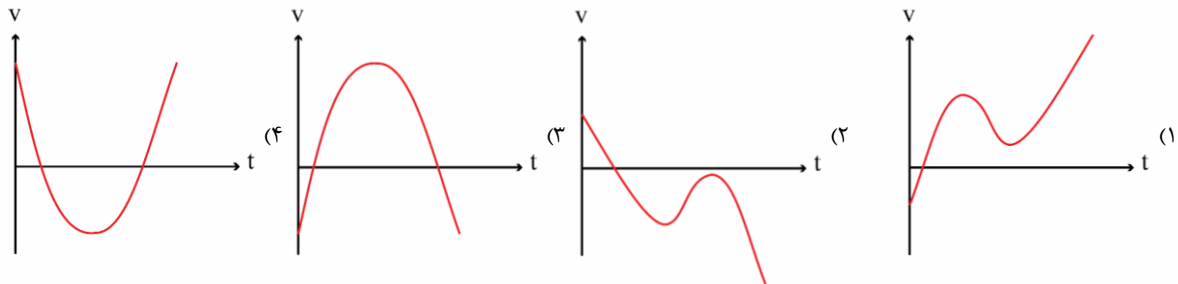
$$a_{\text{av}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - 20}{14 - 0} = \frac{-20}{14} = \frac{-10}{7} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

شتاب در هر لحظه برابر شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ در آن لحظه است. شیب خط مماس بر نمودار داده شده در لحظه $t = 8$ (s) برابر است با:

$$a = \frac{40 - 20}{10 - 6} = \frac{20}{4} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گروه آموزشی ماز

۲۶- در کدام گزینه نمودار سرعت-زمان متحرکی رسم شده است که دو بار جهت حرکت آن تغییر می‌کند و تکانه اولیه آن در جهت محور X است؟



(متوسط - نموداری - ۱۲۰۱)

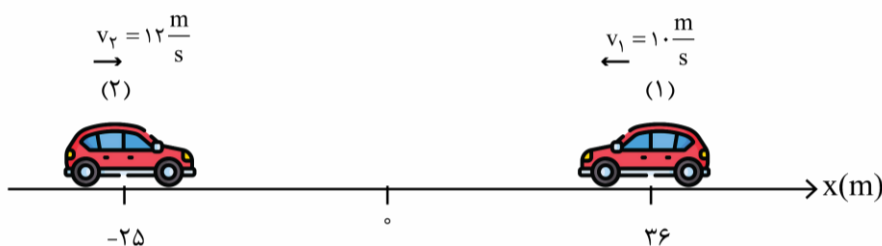
پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

برای آن که متحرک دو بار تغییر جهت داده باشد، باید نمودار سرعت-زمان آن دو بار محور افقی را قطع کند و علامت سرعت عوض شود؛ بنابراین یا گزینه (۳) یا گزینه (۴) صحیح است. در گزینه (۴)، سرعت اولیه مثبت است، پس سرعت و تکانه اولیه آن در جهت محور X است.

گروه آموزشی ماز

۲۷- مطابق شکل دو خودرو روی محور X به سمت یکدیگر در حال حرکت هستند. در لحظه نشان داده شده راننده‌های دو خودرو با شتاب ثابت و هم‌اندازه ترمز می‌گیرند. اگر دو خودرو باهم تصادف نکنند، کدام گزینه در مورد اندازه شتاب دو خودرو صحیح است؟



(۱) بزرگ‌تر از $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است.

(۲) بزرگ‌تر از $4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است.

(۳) کوچک‌تر از $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است.

(۴) کوچک‌تر از $4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است.

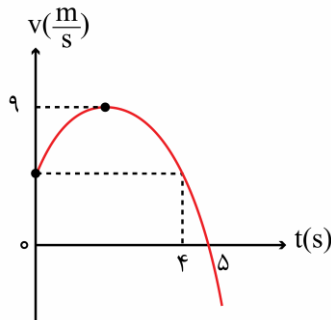
مجموع مسافت ترمز دو اتومبیل باید از فاصله آن‌ها کم‌تر باشد؛ بنابراین داریم:

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 < 61 \Rightarrow \frac{v_1^2}{2a} + \frac{v_2^2}{2a} < 61$$

$$\Rightarrow \frac{10^2 + 12^2}{2|a|} < 61 \Rightarrow \frac{244}{2|a|} < 61 \Rightarrow |a| > \frac{m}{s^2}$$

گروه آموزشی ماز

۲۸- نمودار سرعت-زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کنند، به صورت سهمی شکل مقابل است. چه تعداد از عبارات‌های زیر صحیح است؟



الف: در ۵ ثانیه اول حرکت، متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند.

ب: شتاب متوسط متحرک در بازه $5s < t < 2s$ هم‌اندازه شتاب متوسط آن در ۲ ثانیه اول حرکت است.

پ: مسافت طی‌شده در ۵ ثانیه اول حرکت برابر $14m$ است.

ت: در ۴ ثانیه اول حرکت، اندازه شتاب متحرک در حال کاهش است.

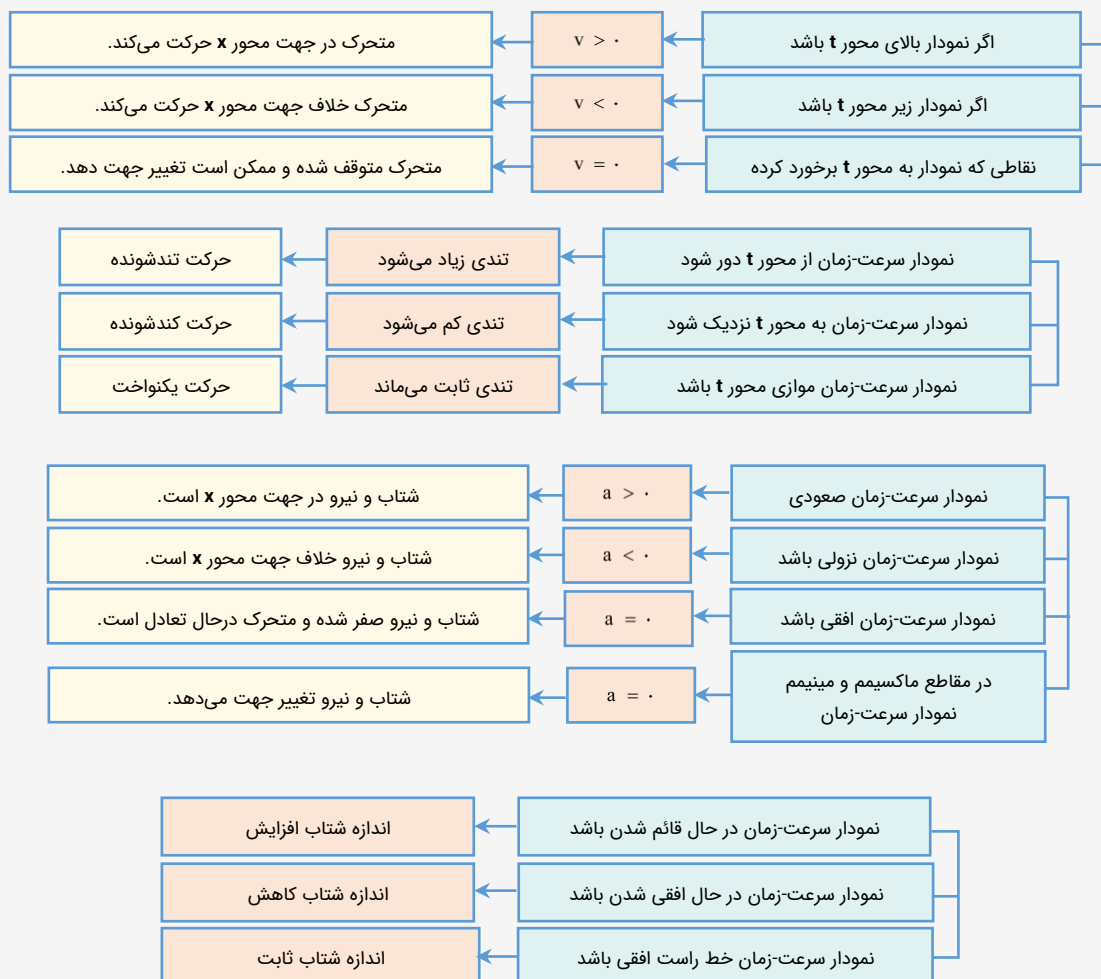
۱ (۲

صفر

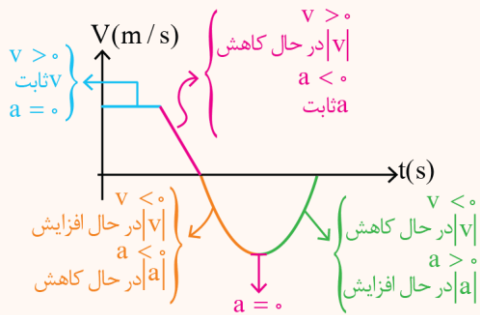
۳ (۴

۲ (۳

تحلیل کامل نمودار سرعت-زمان



مثال:



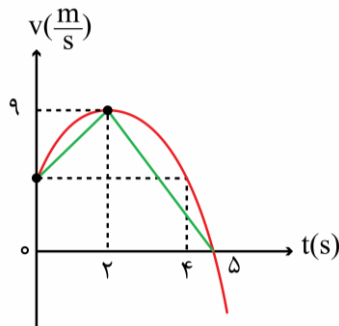
پاسخ تشریحی:

ابتدا دقت کنید که چون سرعت در لحظات $t = 0$ و $t = 4s$ برابر است، با توجه به تقارن سهمی، رأس سهمی در لحظه $t = 2s$ قرار دارد.

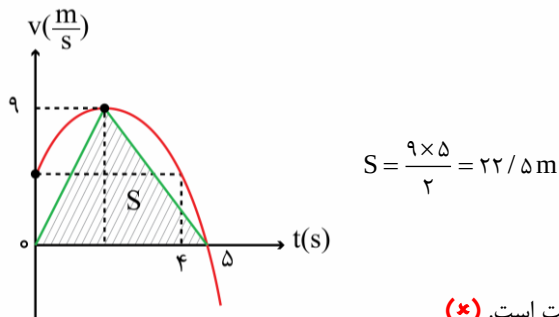
بررسی موارد:

الف: در ۵ ثانیه اول، نمودار بالای محور افقی است و سرعت مثبت است؛ بنابراین متحرک در جهت محور x حرکت می کند. (✓)

ب: اندازه شیب خط واصل دو لحظه $t = 2s$ و $t = 5s$ ، بزرگتر از شیب خط واصل لحظه $t = 0$ و $t = 2s$ است؛ بنابراین شتاب متوسط در بازه $2s < t < 5s$ بزرگتر است. (*)



پ: مسافت طی شده در ۵ ثانیه اول برابر مساحت زیر نمودار است. ما محاسبه مساحت زیر سهمی را بلد نیستیم ولی به راحتی واضح است که این مساحت از ۱۴m بزرگتر است. مثلاً اگر مساحت مثلث زیر را حساب کنیم، داریم:

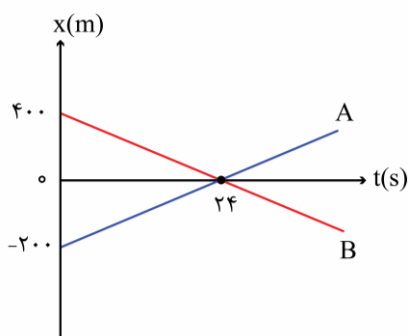


بنابراین مساحت زیر نمودار در ۵ ثانیه اول، حتماً بزرگتر از ۲۲/۵m است و این عبارت نادرست است. (*)

ت: در ۲ ثانیه اول، اندازه شیب نمودار در حال کاهش است تا در لحظه $t = 2s$ ، برای یک لحظه شیب صفر می شود، پس اندازه شیب دوباره شروع به افزایش می کند؛ بنابراین اندازه شتاب ابتدا کاهش و سپس افزایش می یابد. (*)

گروه آموزشی ماز

۲۹- نمودار مکان-زمان ابتدای دو قطار مشابه A و B به طول ۲۰۰m، مطابق شکل زیر است. این دو قطار روی دو ریل مجاور در خلاف جهت هم حرکت می کنند. یک مسافر قطار A به مدت چند ثانیه قطار B را در حال عبور از کنار پنجره واگن خود می بیند؟

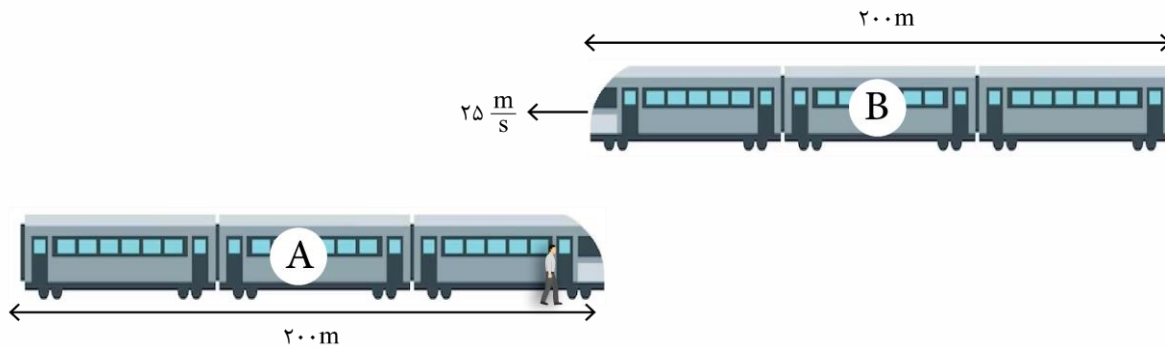


- ۴ (۱)
- ۸ (۲)
- ۱۲ (۳)
- ۱۶ (۴)

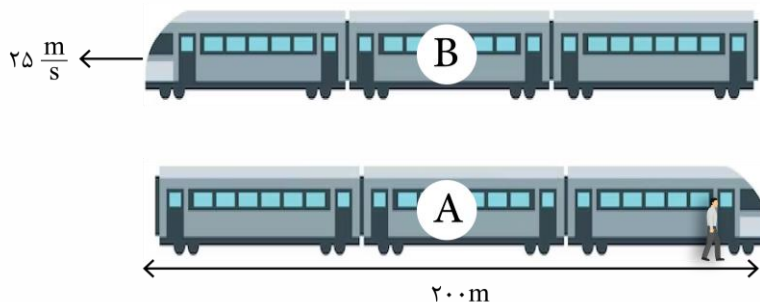
پاسخ: گزینه ۲
(سخت - نموداری - ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

مطابق نمودار، فاصله ابتدای دو قطار در مدت ۲۴s از ۶۰۰m به صفر رسیده است؛ بنابراین در هر ثانیه، فاصله آن‌ها $25\text{m} = \frac{600}{24}$ تغییر می‌کند و در نتیجه می‌توان فرض کرد که قطار A ساکن است و قطار B با تندی $25\frac{\text{m}}{\text{s}}$ از کنار آن می‌گذرد. اگر فرض کنیم مسافر دقیقاً در ابتدا قطار A باشد، داریم:



در این لحظه، مسافر قطار A برای اولین بار قطار B را کنار خود می‌بیند.



در این لحظه، مسافر قطار A برای آخرین بار قطار B را کنار خود می‌بیند.

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، قطار B در این مدت ۲۰۰m نسبت به A حرکت کرده و چون سرعت آن نسبت به A برابر $25\frac{\text{m}}{\text{s}}$ است، مدت زمانی که مسافر قطار A، قطار B را در حال عبور از پنجره واگن می‌بیند، $8\text{s} = \frac{200}{25}$ است.

گروه آموزشی ماز

- ۳۰- متحرک A در مبدأ زمان از حال سکون با شتاب ثابت $2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ از مبدأ محور x در جهت محور x شروع به حرکت می‌کند. ۴ ثانیه بعد، متحرک B با سرعت $4\frac{\text{m}}{\text{s}}$ و شتاب $3\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به دنبال متحرک A از مبدأ مکان می‌گذرد. در بازه‌ای که فاصله دو متحرک در حال کاهش است، تندی متوسط A، متر بر ثانیه از تندی متوسط متحرک B است.
- (۱) $\sqrt{3}$ ، کمتر (۲) $\sqrt{3}$ ، بیشتر (۳) $2\sqrt{3}$ ، کمتر (۴) $2\sqrt{3}$ ، بیشتر

پاسخ: گزینه ۳
(سخت - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

گام اول:

معادله مکان-زمان دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x_A = \frac{1}{2}a_A t^2 + v_{A_0} t \Rightarrow x_A = t^2$$

$$x_B = \frac{1}{2}a_B (t-4)^2 + v_{B_0} (t-4) \Rightarrow x_B = \frac{3}{2}(t-4)^2 + 4(t-4) = \frac{3}{2}t^2 - 8t + 8$$

گام دوم:

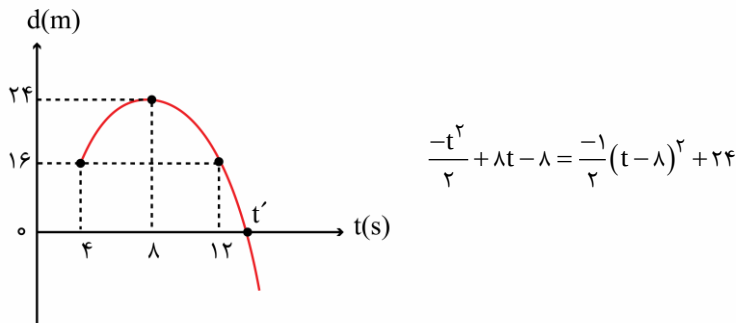
فاصله دو متحرک برابر است با:

$$\text{فاصله: } d = |x_A - x_B| = \left| t^2 - \left(\frac{3}{2}t^2 - 8t + 8 \right) \right| = \left| \frac{-t^2}{2} + 8t - 8 \right|$$

دقت کنید که معادله فوق برای $t \geq 4s$ برقرار است، زیرا از لحظه $t = 4s$ ، حرکت متحرک B بررسی می شود.

گام آخر:

نمودار فاصله دو متحرک را برحسب زمان رسم می کنیم:



با قدر مطلق گرفتن، قسمت های پایین محور افقی به بالای محور منتقل می شوند.

$$d = \left| \frac{-1}{2}(t-8)^2 + 24 \right|$$

$$\xrightarrow{d=0} \frac{-1}{2}(t'-8)^2 + 24 = 0$$

$$\Rightarrow (t'-8)^2 = 48 \Rightarrow t' = 8 + 4\sqrt{3}s$$

مطابق شکل، در بازه زمانی $t = 8s$ تا $t' = 8 + 4\sqrt{3}s$ ، فاصله دو متحرک در حال کاهش است. با توجه به این که هردو حرکت با شتاب ثابت و بدون تغییر جهت

انجام می شوند، تندی متوسط آن ها برابر با اندازه سرعت متوسط آن ها در این بازه و برابر سرعت آن ها در وسط بازه، یعنی لحظه $t'' = \frac{8+8+4\sqrt{3}}{2} = 8+2\sqrt{3}s$ است.

$$v_A = a_A t = 2t \xrightarrow{t=8+2\sqrt{3}s} v_A = 16 + 4\sqrt{3} \frac{m}{s}$$

$$v_B = a_B(t-4) + v_{B0} = 3(t-4) + 4 \xrightarrow{t=8+2\sqrt{3}s} v_B = 16 + 6\sqrt{3} \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v_A - v_B = -2\sqrt{3} \frac{m}{s}$$

بنابراین سرعت متوسط A، $2\sqrt{3} \frac{m}{s}$ کم تر از سرعت متوسط B است. دقت کنید که چون تغییر جهت نداریم، تندی متوسط با مقدار سرعت متوسط برابر است.

گروه آموزشی ماز

۳۱- در شرایط خلأ گلوله ای از ارتفاع h نسبت به سطح زمین، بدون سرعت اولیه رها می شود و با تندی $50 \frac{m}{s}$ با سطح زمین برخورد می کند. به ترتیب از

راست به چپ، زمان حرکت گلوله چند ثانیه و ارتفاع h چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۱۲۵ - ۶ (۴)

۱۸۰ - ۶ (۳)

۱۸۰ - ۵ (۲)

۱۲۵ - ۵ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

سقوط آزاد



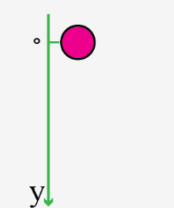
به حرکتی جسمی که فقط تحت تأثیر جاذبه گرانشی در نزدیکی سطح زمین سقوط می کند

در صورتی که از مقاومت هوا صرف نظر شود، سقوط آزاد گویند.

برای راحتی کار در حل سؤالات سقوط آزاد نقطه رها شدن جسم را مبدأ مختصات در نظر می گیریم

و جهت مثبت محور y را به سمت پایین انتخاب می کنیم:

در این صورت علامت شتاب و مکان و سرعت در هر لحظه مثبت خواهد شد.



معادله‌های سقوط آزاد در صورت رها شدن جسم بدون سرعت اولیه



۱- معادله مکان-زمان:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + y_0 \xrightarrow{y_0=0, v_0=0} y = \frac{1}{2}gt^2$$

۲- معادله سرعت-زمان:

$$v = gt + v_0 \xrightarrow{v_0=0} v = gt$$

۳- معادله مستقل از زمان:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2g\Delta y$$



هنگامی که شتاب (g) و سرعت اولیه و ثانویه را داریم برای محاسبه زمان حرکت از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$v = gt + v_0 \Rightarrow v = gt \Rightarrow 50 = (10) \times t \Rightarrow t = 5s$$

همچنین برای محاسبه جابه‌جایی (h) با داشتن شتاب و سرعت‌ها از رابطه مستقل با زمان می‌توانیم h را محاسبه کنیم:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2g\Delta y \Rightarrow v_f^2 = 2g\Delta y \Rightarrow 50^2 = 2 \times 10(h) \Rightarrow h = 125m$$

گروه آموزشی ماز

۳۲- از یک بلندی، گلوله‌ای را در شرایط خلأ و از حال سکون رها می‌کنیم. اگر این گلوله $\frac{5}{9}$ آخر مسیر خود را در مدت ۷s طی کند، زمان کل حرکت گلوله

چند ثانیه بوده است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۲۱ (۴)

۱۸ (۳)

۱۶ (۲)

۱۲ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

نکات طلایی



۱- هنگامی که یک گلوله را در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌کنیم، زمان رسیدن آن به زمین برابر است با:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow h = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t^2 = \frac{2h}{g} \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

بنابراین برای مقایسه زمان سقوط دو گلوله می‌توان نوشت:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \rightarrow \frac{t_B}{t_A} = \sqrt{\frac{h_B}{h_A}}$$

۲- هنگامی که یک گلوله را در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌کنیم، تندی آن هنگام رسیدن به زمین برابر است با:

$$v_f^2 - \cancel{v_i^2} = 2gh \rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

صفر

بنابراین برای مقایسه تندی دو گلوله هنگام رسیدن به زمین می‌توان نوشت:

$$v = \sqrt{2gh} \rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \sqrt{\frac{h_B}{h_A}}$$



گلوله از حالت سکون رها می‌شود، یعنی سرعت اولیه آن صفر است. ($v_0 = 0$)

پس اگر از رابطه مستقل از سرعت (v) استفاده کنیم، به این نتیجه می‌رسیم:

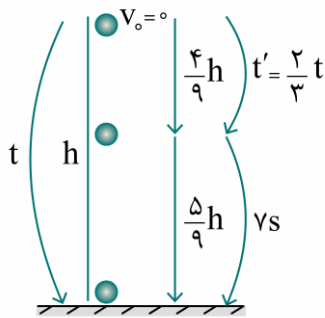
$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + 0 \Rightarrow y - \cancel{y_0} = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h = -\frac{1}{2}gt^2$$

فاصله از نقطه اولیه حرکت

می‌بینیم فاصله از نقطه اولیه با مجذور زمان رابطه مستقیم دارد:

$$h \propto t^2$$

شکل مسیر حرکت را ببینید:



می‌توانیم بگوییم در قسمت اول حرکت، توپ $\frac{4}{9}h$ حرکت کرده است، چون $h \propto t^2$ و $h \propto \left(\frac{4}{9}\right)h$ برابر شده پس زمان

$\sqrt{\frac{4}{9}}$ برابر می‌شود و $t' = \frac{2}{3}t$ که t زمان کل حرکت است، به عبارتی می‌توان نوشت:

$$\frac{t'}{t} = \sqrt{\frac{h'}{h}} \Rightarrow \frac{t'}{t} = \sqrt{\frac{\frac{4}{9}h}{h}} = \frac{2}{3}$$

پس قسمت آخر حرکت توپ یک سوم زمان کل حرکت $\left(\frac{1}{3}t\right)$ طول کشیده است:

$$\frac{1}{3}t = \frac{1}{3}t \Rightarrow t = 3 \times 7 = 21s$$

گروه آموزشی ماز

۳۳- شخصی از بالای ساختمانی به ارتفاع ۴۸ متر از حال سکون سقوط می‌کند. اگر این فرد بر روی تشک آتش‌نشانی که ضخامت ۳m دارد بیفتد و تا توقف کامل شخص، ضخامت تشک به ۱m برسد، با فرض این‌که نوع حرکت در تمام لحظات حرکت از نوع شتاب ثابت است، اندازه شتاب کندشونده شخص

چند متر بر مربع ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

۲۵۰ (۴)

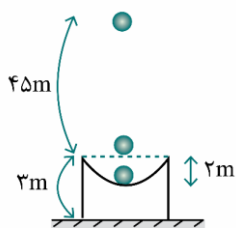
۲۲۵ (۳)

۲۰۰ (۲)

۱۸۰ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۳



$$\Delta y = -\frac{g}{2}t^2 + v_0 t \Rightarrow -45 = -\frac{10}{2}t^2 \Rightarrow t^2 = 9 \Rightarrow t = 3s$$

شکل مناسبی برای سؤال رسم می‌کنیم.

برای ۴۵m اول حرکت می‌توانیم بنویسیم:

تا این جا فهمیدیم ۳s طول می‌کشد تا فرد روی تشک بیفتد پس سرعت آن هنگام برخورد به تشک، برابر است با:

$$v = -gt + v_0 \Rightarrow v = -10 \times 3 = -30 \frac{m}{s}$$

حالا می‌توانیم برای قسمت دوم حرکت یعنی برخورد به تشک، رابطه مستقل از زمان بنویسیم.

$$-v^2 = 2a\Delta y \Rightarrow -(30)^2 = 2(a)(-2) \Rightarrow a = \frac{900}{4} = 225 \frac{m}{s^2}$$

گروه آموزشی ماز

۳۴- در شرایط خلأ و در لحظه $t=0$ ، گلوله‌ای از ارتفاع ۲۸۰ متری سطح زمین رها می‌شود. دو ثانیه پس از آن گلوله دیگری از همان ارتفاع رها می‌شود.

فاصله بین دو گلوله در لحظه $t=3s$ چند برابر فاصله بین آن‌ها در لحظه $t=4s$ است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

$\frac{6}{7}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{5}{9}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۳



استفاده از تصاعد در حل سؤالات حرکت سقوط آزاد (ویژه سؤالاتی که بازه‌های رند یک ثانیه‌ای می‌دهند)

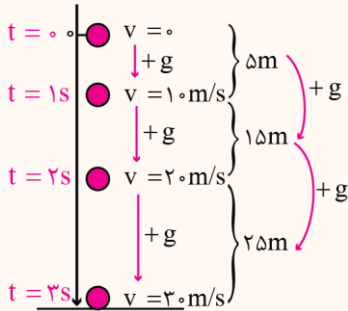
۱- تندی در هر ثانیه یک g بیش‌تر از ثانیه قبل است.

۲- جابه‌جایی در هر ثانیه یک g بیش‌تر از جابه‌جایی در ثانیه قبل است.

۳- جابه‌جایی در هر ثانیه یک $\frac{g}{2}$ بیش‌تر از تندی ابتدای آن بازه است.

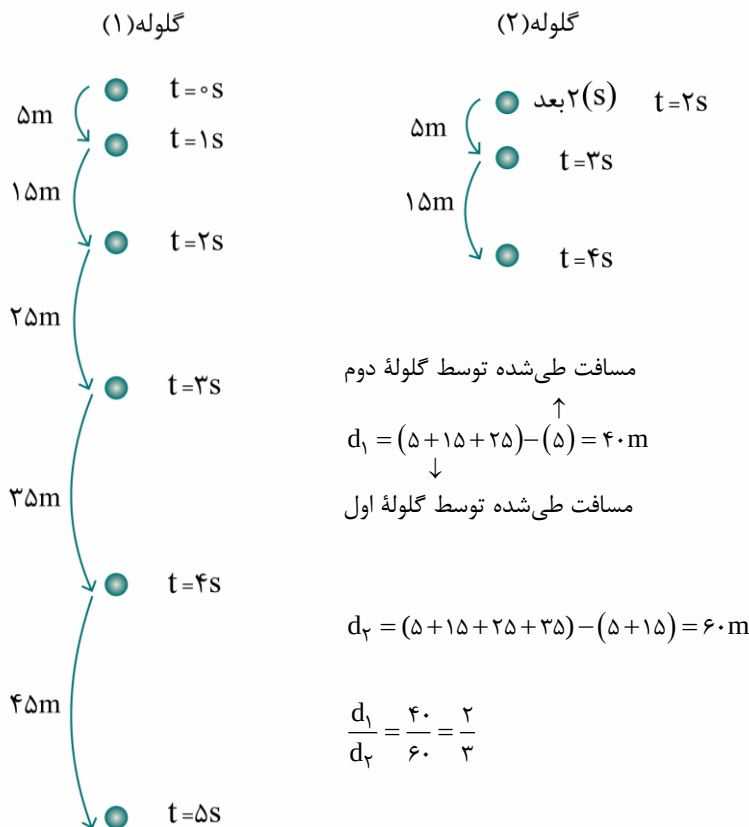
مثال:

اگر $g = 10 \frac{m}{s^2}$ و $v_0 = 0$ باشد:



پاسخ سریعی:

حرکت گلوله اول و دوم را رسم می کنیم:



فاصله بین دو گلوله در لحظه $t = 3s$ را به دست می آوریم:

فاصله بین دو گلوله در لحظه $t = 4s$ را به دست می آوریم:

پاسخ نهایی سؤال برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۳۵- گلوله ای از ارتفاع $384m$ رها می شود. اگر تندی متوسط گلوله در 0.5 ثانیه پنجم حرکت برابر v_1 و در 2 ثانیه چهارم حرکت برابر v_2 باشد، حاصل

$v_2 - v_1$ برابر چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۵۲/۵ (۴)

۴۷/۵ (۳)

۴۲/۵ (۲)

۳۷/۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ سریعی:

حرکت سقوط آزاد با شتاب ثابت انجام می شود؛ بنابراین سرعت متوسط در هر بازه زمانی برابر سرعت در لحظه وسط بازه است. 0.5 ثانیه پنجم، یعنی $2.5 < t < 3$ ، پس سرعت متوسط در این بازه برابر سرعت در لحظه $t_1 = 2.5$ است.

$$v = gt + \cancel{v_0} \Rightarrow v_1 = 10 \times 2.5 = 25 \frac{m}{s}$$

۲ ثانیه چهارم، یعنی $6s < t < 8s$ ، پس سرعت متوسط در این بازه برابر سرعت در لحظه $t_2 = 7s$ است.

$$v = gt + \dot{y} \Rightarrow v_2 = 10 \times 7 = 70 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v_2 - v_1 = 70 - 22/5 = 47/5 \frac{m}{s}$$

● — گروه آموزشی ماز — ●

خب حالا بریم کل مباحث این آزمون رو به صورت نمودار درختی مرور کنیم...

